

参 考 文 献

TOSBAC-3400 プログラミング説明書

① システムモニタ編 (TOPS-14)

② TMAP 編 (TOPS-14)

③ (MODEL 21, 31, 41, 51) 命令語編

オペレーティング・システム：藤井純，鈴木伸夫著，産業図書

IV 三次元物体の隠れ線消去とその応用

大学院工学研究科 西 田 友 是

1 は じ め に

最近，計算機とその周辺機器の発達に供い，計算機による図形処理が重要となってきた。三次元物体を二次元平面上に表示するには透視図が直観的で判り易い。このとき投影された図形は図1のように実際には見えない線までが一緒に表示され，いわゆる wire frame となり，複雑で見づらいものとなる。そこで見えない線分を消去する隠れ線問題 (Hidden line problem) が生じる。さらに real に表現するには物体の陰影をも表示する Half tone problem が必要となる。

このような処理をして，建築物，機器の設計結果を表示し，その結果により変更，選択するという，いわゆる CAD (Computer Aided Design) を行なうことができる。

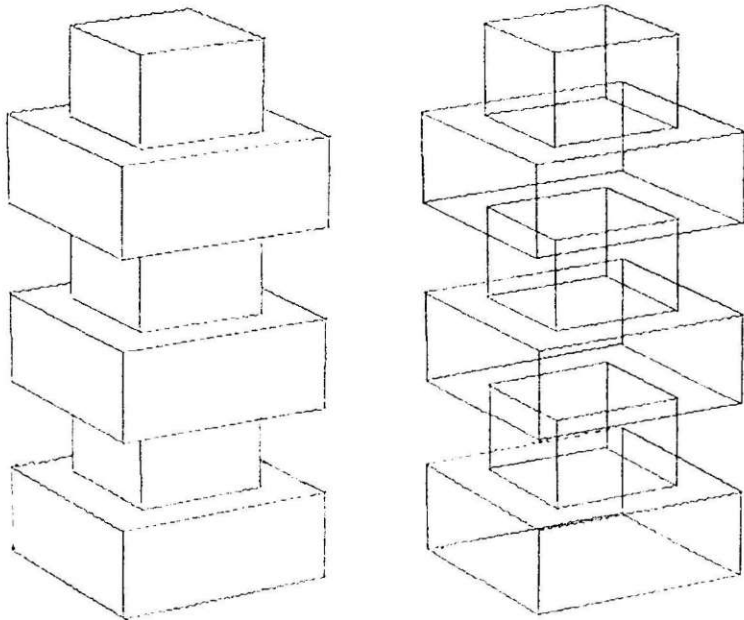


図 1 隠 線 消 去

隠線消去問題については多くの解法が発表されているが，①～⑥) 筆者は多面体および多角平面をそれぞれ凸多面体および凸多角形の集合として取り扱うことにより隠線消去のアルゴリズムの簡易化と処理の高速化を計った。さらに各面上に描かれている図柄および任意の線分の処理も行なえるよう

にし、その利用価値の向上を計った。

本稿においては、特に隠線消去による建築物の投视图の作成とその有用性について、その理論の概略（文献6参照）と適用例を示す。

2 データ構造および入力

凸多面体、面および頂点は階級構造とし、各々のデータ構造は行列形式とする。頂点は三次元座標で、面は物体の外部から見て右回りの頂点番号で与える。なお平面上に図柄のあるときはその図柄の属す面番号と、図柄の三次元座標の並びで与える（図2(d)）。

face テーブルは面 f_i は $l_{i-1}+1$ から l_i までに記憶されている頂点よりなることを表す。また、輪郭線テーブルでは $[p_i, p_{i+1}]$ を含む面は f_i であることを示す（図2(e)）。物体テーブルの F_k, P_k その他はそれぞれの最後の番号である。

使用頻度の多い形状のものは標準化して必要なパラメータのみを入力し、他は自動作製すると便利であるが、著者は平行六面体、円柱、平面等を用意した、また視点は R, θ, φ で与えた。

物 体 テ ー ブ ル

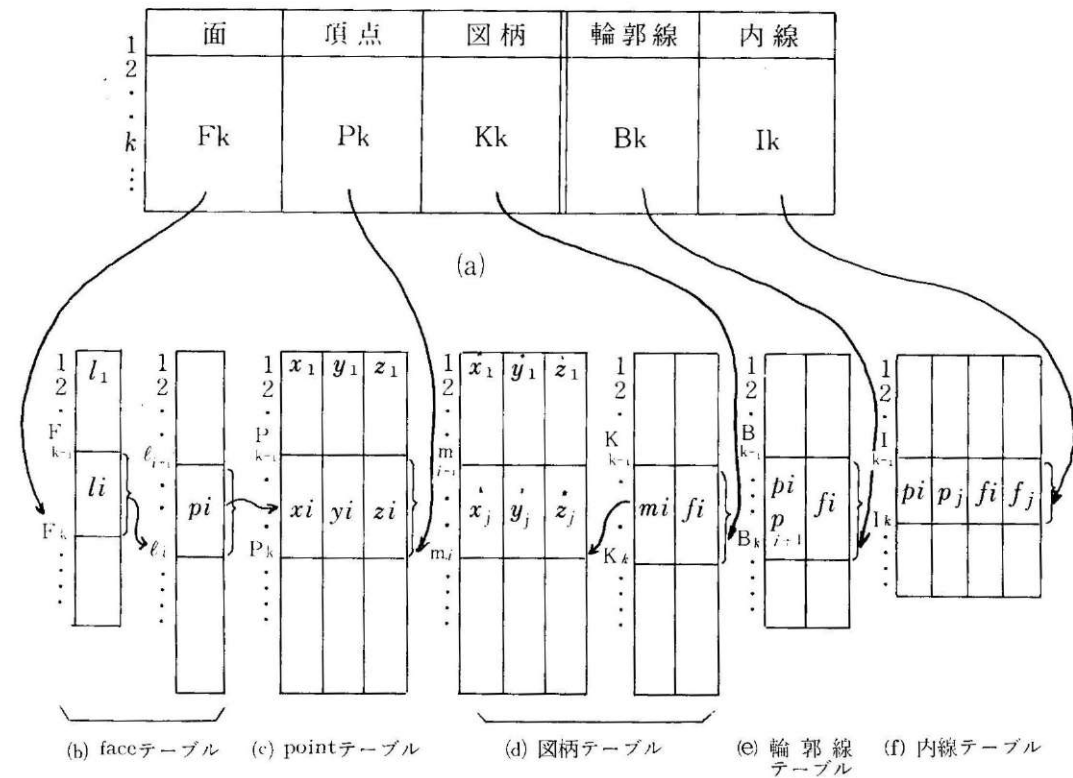


図 2 デ ー タ 構 造

3 アルゴリズム

多面体の面の法線ベクトルが視点を向いている面を表の面，反対向きの面を裏の面とし，表の面と表の面の稜線を内線，表と裏の面の稜線を輪郭線分，そのつながりを輪郭線と定義する。凸多面体を考えているので輪郭線は必ず閉じ凸多角形で，表の面の方向にたどることで右廻りになり。また内線と輪郭線が見える可能性のある線分である。

二個の凸多面体の輪郭線の間には図3に示す三つの場合が存在し，それぞれの関係に応じた処理を必要とする。

- i) 輪郭線が交らない場合：不可視線分を生じない。
- ii) 輪郭線が交る場合：一方の輪郭線，内線に不可視部分を生じる。

この場合は輪郭線の交点で凸多面体の前後関係を求め，手前の凸多面体の輪郭線と隠される凸多面体の内線との交差判定を行ない，不可視線分を求める。

iii) 一方の輪郭線が他方の輪郭線を囲む場合：凸多面体 V_B の任意の頂点とそれを囲む V_A の面との関係から V_A ， V_B の前後関係を求める。もし V_A が手前なら V_B は不可視であり， V_B が手前なら V_B の輪郭線と V_A の内線との交差判定を行ない，不可視線分を求める。

なお図柄は内線と同様に扱うことができる。次に計算手順に従ってそのアルゴリズムを簡単に述べる。

3.1 座標変換

各三次元頂点を透視面上へ投影する。これは遠近感を与えるための (3×3) 型行列と透視面が $x-y$ 平面となるための (2×3) 型行列を乗じることで得られる。

3.2 稜線の分類

面の法線ベクトルが視線方向に向いているが否かにより面の表裏を判定する。この面の表裏によって内線，輪郭線分を求め，さらに輪郭線分の方角を利用して輪郭線を求める。

3.3 輪郭線の相互関係および交差判定

輪郭線は凸多角形で右回りであることを利用して次のように判定する。

$$f_{i,j} = - \begin{vmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_i & y_i & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \end{vmatrix} = a_i \cdot x_j + b_i \cdot y_j + c_i \quad \dots\dots\dots(1)$$

とすると線分 $[p_i, p_{i+1}]$ の右半平面上に p_j があると $f_{i,j}$ は正である。いま n 角形の輪郭線 V_i と m 角形の V_j を考え， $f_{i,j}$ ， $f_{j,i}$ を要素とする行列を求めると次のような性質がある。

- i) $f_{i,j} \leq 0 \quad (j = 1 \sim m)$

V_j は線分 $[p_i, p_{i+1}]$ の左半平面上にあるから独立 (図3(a))。

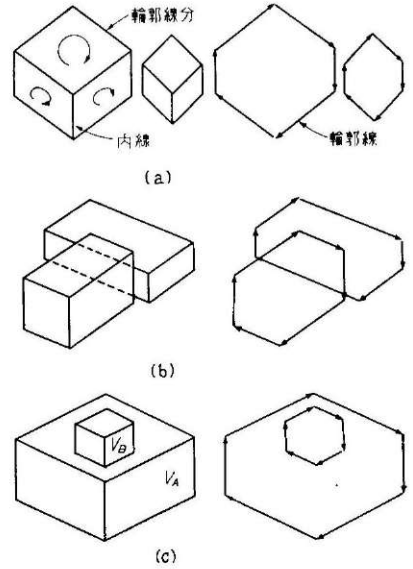


図3 凸多面体の相互関係

ii) $f_{i,j} \geq 0 \quad (j = 1 \sim m)$

線分 $[p_i, p_{i+1}]$ は V_j と交差する可能性はない。

iii) $f_{i,j} \geq 0 \quad (i = 1 \sim n, j = 1 \sim m)$

V_i が V_j を囲む (図3(c))。

$f_{j,i}$ にも同様な性質がある。i), ii) 以外は交差する可能性があるので ii) 以外の線分どおしに
対して次式に従って交差する線分を求める。

$$d_{i,j} = (\text{sgn } f_{i,j+1} - \text{sgn } f_{i,j}) \cdot (\text{sgn } f_{j,i+1} - \text{sgn } f_{j,i})$$

$$= \begin{cases} -4 & [p_i, p_{i+1}] \text{ と } [p_j, p_{j+1}] \text{ が交差} \\ -2 & \text{線分と頂点が重なる} \\ -1 & \text{頂点どおしが重なる} \\ 0 & \text{独立} \end{cases} \dots\dots\dots(2)$$

交点は隠される方の線分 $[p_j, p_{j+1}]$ 間の比 t として記憶する。

$$t = - \frac{f_{i,j}}{f_{i,j+1} - f_{i,j}} = - \frac{f_{i,j}}{\Delta b} \dots\dots\dots(3)$$

輪郭線と内線および図柄との交差判定も(1)式により同様に行う。

3.4 凸多面体の前後判定

輪郭線が交差する場合にはその交点で前後判定を行う。視点 p_v 、透視面上での交点 p_t 、三次元上の交点 p'_t とし、 $\overline{p_v p_t}$ と $\overline{p_v p'_t}$ の比を δ_i とする。これらの点を $x-y$ 平面に投影し、 $[p'_i, p'_{i+1}]$ に対する(1)式を $f'_{i,j}$ とすると

$$\delta_i = \frac{\overline{p_v p_t}}{\overline{p_v p'_t}} = \frac{f'_{i,v}}{f'_{i,v} - f'_{i,t}} \dots\dots\dots(4)$$

同様に $[p'_j, p'_{j+1}]$ に対する δ_j を考えると

$$\delta = \delta_j - \delta_i \begin{cases} > 0 & \text{物体 } i \text{ が手前} \\ < 0 & \text{物体 } j \text{ が手前} \end{cases} \dots\dots\dots(5)$$

となる。

図3(c)のように輪郭線が囲まれた場合には物体 V_B の任意の頂点 p とその点を透視面上で囲む V_A

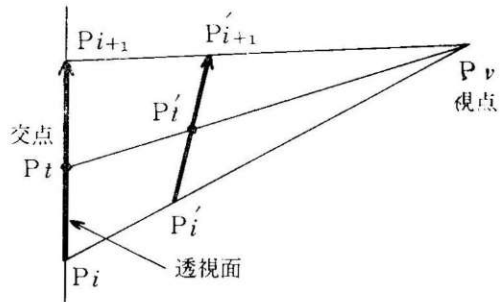


図 4 前後判定

の面 S との関係で求める。面 $S [p_1 p_2 p_3 \dots]$ は表の面で $\angle p_1 p_2 p_3$ は凸であるから次式が正なら面 S の手前に点 p があることがいえる。

$$\Delta_r(p) = - \begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} \dots\dots\dots(6)$$

従って(6)式で前後判定をする。

3.5 不可視部分の判定

輪郭線は凸多角形であるから線分との交点はたかだか2個で、図5(a)に示す三通りしかない。また、輪郭線は常に右廻りであるから、 $[p_A, p_B]$ の不可視部分の判定は $(P_{i+1}-P_i) \times (P_B-P_A)$ の向きで判明する。これは交点を求める式の分母の値であり、次式の関係を用いる。

$$\Delta b = - \begin{vmatrix} x_{i+1}-x_i & y_{i+1}-y_i \\ x_B-x_A & y_B-y_A \end{vmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} > 0 : p_B \text{ 側が不可視} \\ < 0 : p_A \text{ 側が不可視} \\ = 0 : \text{平行条件} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

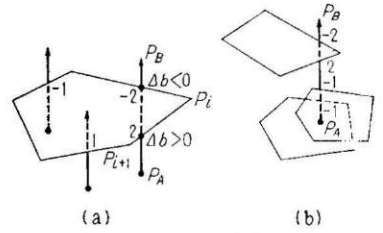


図5 不可視線分

なお、他の輪郭線とも交点をもちうるから(図5(b)参照)、出入りの指標 I_0 を交点間の比と共に記憶する必要がある。すなわち交点数を k とすると、 I_0 は次式で示される。

$$I_0 = k \cdot \text{sgn } \Delta b \dots\dots\dots(8)$$

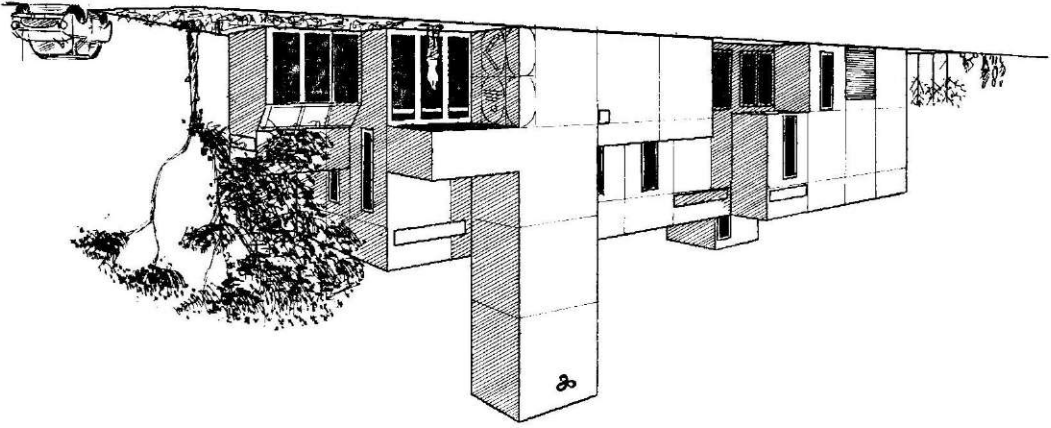
図に描かせる際は、この線分のすべての交点を p_A に近い順に並べかえ、 -1 の個数を p_A 点の不可視度数とし、交点を通過するたびに出入りの指標を加えると度数が零の所から可視部分となる。

4. 適用例

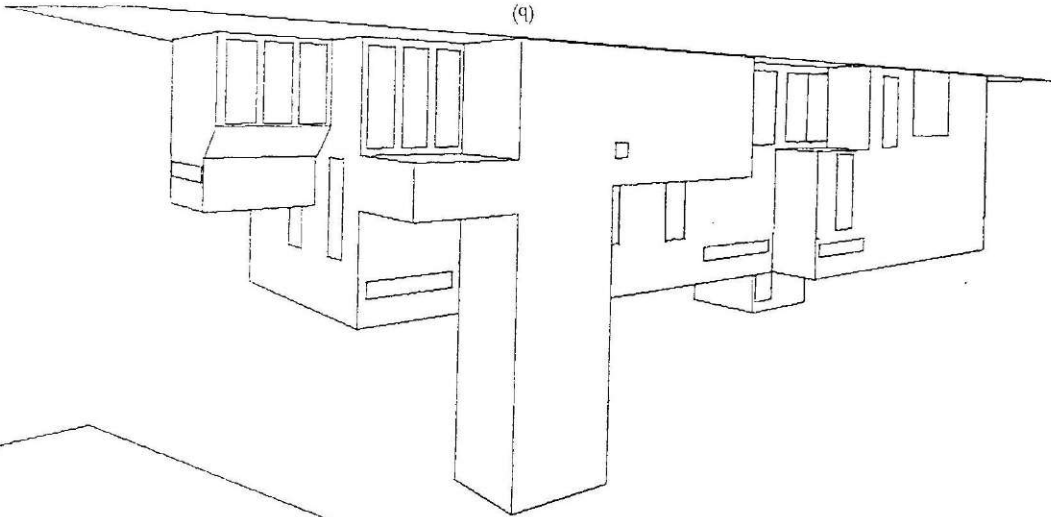
図6(a), (b)は医院の設計図から鳥瞰図と仰視図を $X-Y$ プロッタに描かせたものである。また同図(c)は(d)に絵付けをして、完成後の想像図にしたものである。なおこの図面は凸多面体は28個(その内1個を除いてすべて標準型)で多角面が1個である。またこれらを構成する頂点数は223個、面数165面、図柄頂点数92個である。また計算時間は一つの図面について、データ入力からプロッタで描き終るまでの時間が約4分であった。設計図から入力データを作成するまでの所要時間は約3時間を要したが、これは著者が建築設計について素人であるため、その時間のほとんどを図面の理解に費したことによる。もし設計者自身が入力データを作成するものと仮定すると1時間もあればじゅうぶんであろう。図6(c)を作成する場合、人手によると多大の時間を必要とするが、コンピュータを利用することにより格段の省力化が期待される。その上、視点の変更はデータカード一枚の変更で行なえるから、総ゆる角度からの検討が非常に容易に行なうことができ、また外観上からの設計の変更も容易である利点も持ち合せている。

終りに、本研究にあたって、心よく資料の提供をしていただき、その上、図6(c)の絵付けをお引き受け下さった中電技術コンサルタント株式会社日高卓三氏に深湛の意を捧げます。なお、本稿は修士論文のための研究の一部であることを付記する。

(c)



(q)



(e)

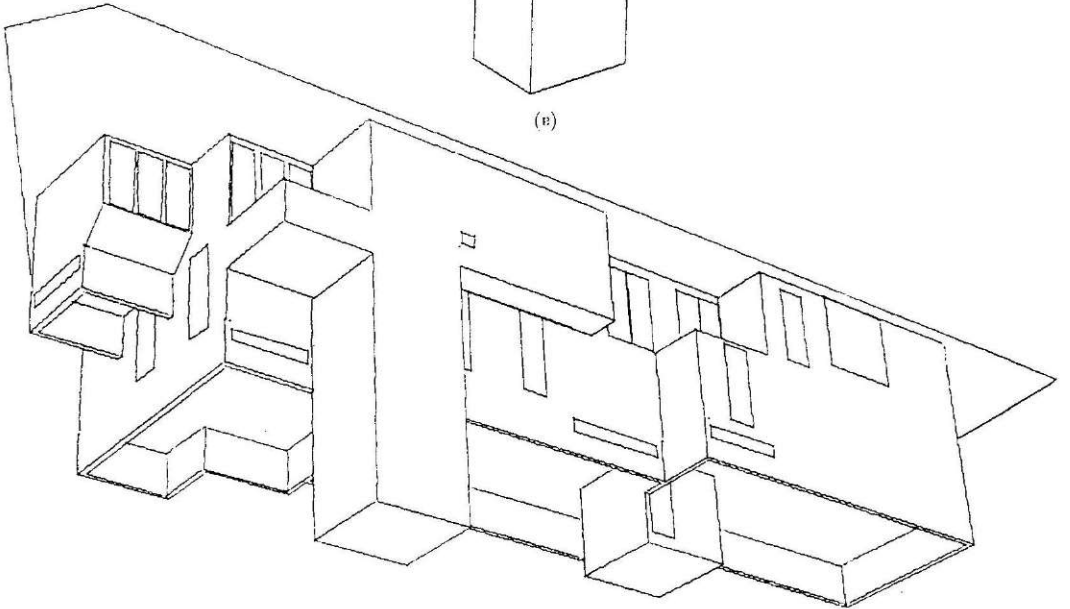


图 6 应用例

参 考 文 献

- ① P.P. Loutrel : "A solution to the hidden-line problem for computerdrawn polyhedra" IEEE Trans. Computers, Vol. c-19, pp. 205~213 (March. 1970)
- ② R. Galimberti & U. Nontanari : "An algorithm for hidden line elimination", Comn. ACM, 12 pp. 206~211 (Apr. 1969)
- ③ F. J. Mcgraph : "A method for eliminating hiddenlines with polyhedra", Simulation, pp. 37~41 (Jan. 1971)
- ④ 大森 : "多面体の隠線消去問題", 情報処理, Vol. 12, No. 9, pp. 534~542 (1971)
- ⑤ 中前・西田 : "三次元物体の Hidden Line の処理の一手法", 電気学会全国大会, pp. 1919~1920 (1971)
- ⑥ 中前・西田 : "多面体の隠線消去の一手法" 情報処理, Vol. 13, No. 4 (1972)