

CML を用いた火山噴煙のシミュレーションと可視化

水野 良一† 吉田 暁†
† 東京大学

土橋 宜典‡ 西田 友是†
‡ 北海道大学

はじめに
火山噴煙のシミュレーションと可視化は災害時のシミュレーションなどに有用である。本研究では、CML (Coupled Map Lattice) を用いて効率の良い計算を行った。また、火山噴煙の概形は一般的には円錐型 (図 1 参照) をしており、噴出物の密度・温度、噴出の速度などにより多様性を呈する。このことを満足するために、高度の関数として定義された 2 つのパラメータを導入し、火山噴煙の形状を表現した。



図 1: 一般的な火山噴煙の形状

2 提案法
大気流体は厳密には圧縮性・粘性であるが、圧縮性・粘性は小さいので、非圧縮性・非粘性の流体であると仮定した。この仮定により、質量とモーメントの保存則から、次の非圧縮性・非粘性流体のオイラー方程式が導出される。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \tag{1-a}$$

$$\partial \mathbf{u} / \partial t = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla p. \tag{1-b}$$

ここで、 \mathbf{u} は速度ベクトル、 p は圧力である。式 (1-a) と式 (1-b) を Semi-Lagrangian Advection Scheme [1] と CML [2] を用いて逐次的に解くことで速度場を更新する。火山噴煙の密度 ρ は単純に大気流体の速度場によって運ばれるものと仮定することで、密度の時間発展の方程式は次式のようにになる。

$$\partial \rho / \partial t = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \rho. \tag{2}$$

また、高度 z の関数として定義された 2 つのパラメータ

タ (後述) を調節することで、多様な噴煙の形状を生成することができる。

2.1 オイラー方程式の逐次的な解法

以下の 2 つの操作でオイラー方程式を逐次的に解き、速度場を更新する。

操作 1 Semi-Lagrangian Advection Scheme を用いて、式 (1-b) 右辺第 1 項の移流の効果を導入する。図 2 に示すように、点 \mathbf{x} を時刻 t における速度場 \mathbf{u}_0 に沿って逆上って、速度場の部分的な流れに対応する経路 $\mathbf{p}(\mathbf{x}, s)$ を定義する。即ち、 $\mathbf{p}(\mathbf{x}, s)$ は位置 \mathbf{x} に時刻 t において存在する粒子が時間 $(-s)$ 前に存在していた位置を意味する。そして、位置 \mathbf{x} 、時刻 $(t + \Delta t)$ における速度 $\mathbf{u}_1(\mathbf{x})$ は位置 $\mathbf{p}(\mathbf{x}, -\Delta t)$ での速度を用いて次式で表わされる。

$$\mathbf{u}_1(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_0(\mathbf{p}(\mathbf{x}, -\Delta t)). \tag{3}$$

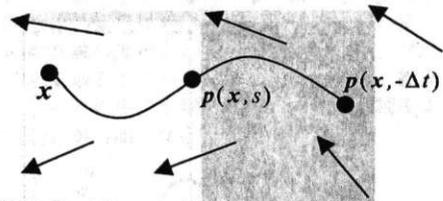


図 2: Semi-Lagrangian Advection Scheme

操作 2 式 (1-a) の質量の保存と、式 (1-b) 右辺第 2 項の圧力の効果を導入するために CML を利用した次式を用い、更新後の速度 \mathbf{u}_2 を求める。

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_1 + \eta(z) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_1). \tag{4}$$

ここで、 $\eta(z)$ は高度 z における「拡散係数」である。式 (4) 右辺第 2 項の離散形は次式で表される。なお、簡単のため 2 次元 (xz 断面) で x 成分の式のみを記す。

$$(\eta(z) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_1))_x = \eta(z) \left[(u_1(x+1, z) + u_1(x-1, z)) - 2u_1(x, z) \right] / 2 + (w_1(x+1, z+1) + w_1(x-1, z-1) - w_1(x+1, z-1) - w_1(x-1, z+1)) / 4. \tag{5}$$

ここで、 $\mathbf{u}_1 \equiv (u_1, w_1)$ とした。CML を質量の保存と圧力の効果の計算に用いることで、隣接したボクセルとの相互作用のみを考慮した高速な圧力の効果の計算が可能になる。

Simulation and Visualization of Volcanic Smoke using CML
Ryoichi Mizuno † Satoru Yoshida †
Yoshinori Dobashi ‡ Tomoyuki Nishita †
† The University of Tokyo ‡ Hokkaido University

2.2 噴煙の形状の調整

火山噴煙の形状は一般的に円錐型であり、条件によって多様性を呈する。このことを満足するために、高度 z の関数として定義された「拡散係数」 $\eta(z)$ と「消滅密度」 $\varepsilon(z)$ という 2 つのパラメータを導入する。 $\eta(z)$ は高度 z での拡散の度合いであり、 $\varepsilon(z)$ は高度 z で密度 ρ が $\varepsilon(z)$ 未満であると密度を 0 に近似するという閾値である。具体的には、円錐型の形状の火山噴煙を生成するために、 $\eta(z)$ は高度 z が大きくなるにしたがって大きく設定されるべきである。そして、鉛直上方が大きく広がっている火山噴煙 (図 4a 参照) を生成したいのであれば、 $\varepsilon(z)$ は高度 z の大きい部分で小さく設定されるべきである。一方、鉛直上方が比較的広がっていない火山噴煙 (図 4b 参照) を生成したいのであれば、 $\varepsilon(z)$ は高度 z の大きい部分で大きく設定されるべきである。各パラメータはグラフィカルユーザインターフェース (GUI) (図 3 参照) を通して設定することができる。左上のウィンドウは火山噴煙中央の xz 断面の密度分布を表示する。右上のウィンドウでは 3 次ベジエ曲線を用いて $\eta(z)$ と $\varepsilon(z)$ を任意に設定することができる。ここで、横軸は各値の強度、縦軸は高度である。下のウィンドウではタイムステップ、噴出物の密度、噴出の速度と角度を設定することができる。

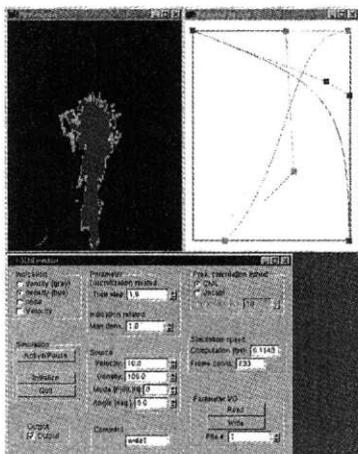
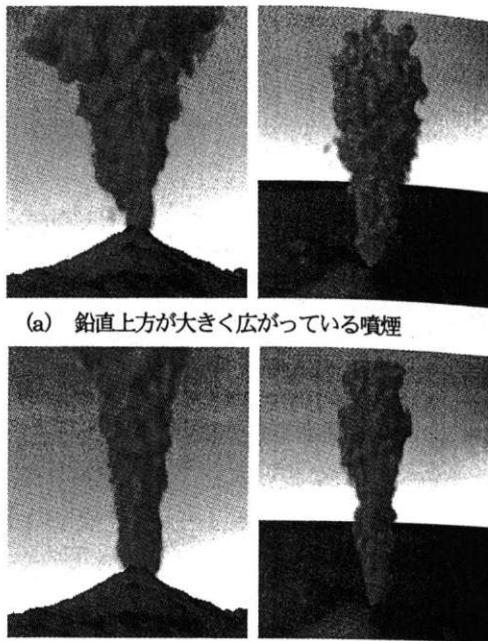


図 3: パラメータ設定のための GUI

4 結果

提案法による結果画像を図 4 に示す。レンダリングには土橋らの手法 [3] を用いた。シミュレーション時間は Pentium III 1GHz, 256MB RAM マシンで、ボクセル数が $60 \times 60 \times 80$ の場合 (図 4a 左、図 4b 左参照) とボクセル数が $120 \times 120 \times 160$ の場合 (図 4a 右、図 4b 右参照) で、1 フレームあたりそれぞれ、約 1 秒と約 8 秒であった。



(a) 鉛直上方が大きく広がっている噴煙

(b) 鉛直上方が比較的広がっていない火山噴煙

図 4: 結果画像

5 まとめと今後の課題

圧力の効果の計算に CML を用いたことで、効率よくシミュレーションを行うことができた。また、「拡散係数」 $\eta(z)$ と「消滅密度」 $\varepsilon(z)$ を高度 z の関数とし、調節することにより多様な形状の噴煙を生成することができた。

今後の課題としては、風の考慮、障害物 (山肌など) との衝突の考慮、より火山噴煙のダイナミクスに基づいたシミュレーションのアルゴリズムの開発などが挙げられる。

謝辞 本研究の一部は三菱電機株式会社の協力を得て行っている。関係各位の支援と助言に感謝します。

参考文献

- [1] J. Stam. Stable Fluids. *SIGGRAPH 99 Conference Proceedings*, pages 121-128, 1999.
- [2] T. Yanagida and K. Kaneko. Rayleigh-Benard Convection: Patterns, Chaos, Spatiotemporal Chaos and Turbulent. *Physica D*, Vol. 82, pages 288-313, 1995.
- [3] Y. Dobashi, K. Kaneda, H. Yamashita, T. Okita and T. Nishita. A Simple, Efficient Method for Realistic Animation of Clouds, *SIGGRAPH 2000 Conference Proceedings*, pages 19-28, 2000.