

カラーディスプレイにおけるスムーズな線分の発生法

西田友是 中前栄八郎

カラーディスプレイにおけるスムーズな線分の発生法[†]

西田 友 是^{††} 中 前 栄 八 郎^{†††}

ラスラスキャン型ディスプレイに線図形を表示する場合、表示した線分が階段上のギザギザ (jag) を生じる欠点がある。特に画素密度が十分でないカラーディスプレイの場合 jag の発生が著しい。しかし、これまでに開発されているスムーズな線分の発生方法は主にモノカラーを対象としている。本論文では、中間調表示の可能なラスラスキャン型カラーディスプレイにおけるスムーズな線分の表示法を提案する。この方法では、線分を多角形とみなし、画素の色を、画素中の多角形の面積の関数として決定する。画素と多角形との交差部分の形状によりいくつかのモードに分類し、そのモードの遷移図を用いて、面積計算を簡易化している。また、本手法では色の異なる線分上、あるいは任意のカラー図形上にもスムーズな線分を表示できる。本手法と従来法 (輝度レベル 2 値) による表示例を対比して示した。

1. ま え が き

近年の CAD 分野の発展に伴い、線図形をグラフィックディスプレイ上に表示することが非常に多くなってきた。ラスラスキャン型ディスプレイでは、表示する線分が垂直または水平以外の場合には、階段状となりギザギザ (jag) を生じる。特に、カラーディスプレイでは、画素密度がまだ十分ではなく (たとえば 512×512)、この jag の発生が画質の著しい低下の原因となっている。本論文では、中間調表示可能なラスラスキャン型カラーディスプレイにおける jag の除去法を提案する。

2 値表示 (白黒) による線分の発生方法としては、発生すべき線分に近い格子点を光らす方法¹⁾ が採用されており、この考えを発展させた jag の除去法に、多値変位比較法²⁾ がある。一方、線分に幅を考え、線分を多角形で近似して取扱う方法として F. C. Crow³⁾ と J. Barros 等⁴⁾ の論文がある。両者とも多角形の jag の除去にも適用できるよう開発されたもので、一画素内に占める多角形の面積を詳細に求めるものである。したがって、精度の高い輝度の決定が可能であるが、多角形の形状の任意性を許すため、処理プログラムが複雑である。なお、これらの論文はモノカラーを対象としている。

ここで提案する方法も、線分を多角形で近似するも

のであり、近似した多角形を上から下へと走査し、多角形と交差する画素について、一画素内に占める多角形の面積で色を決定するもので、次の特徴をもっている。

- (1) 多角形と画素の交差部分の形状を分類し、その状態遷移を明確にした。その結果、各画素中に占める多角形の面積計算式の選択が容易となった。
- (2) 一つの状態から他の状態への遷移先は 2 以内で、しかも遷移先の判定に用いる変数は面積計算にも使用でき、比較的簡単なアルゴリズムにより処理できる。
- (3) 任意のカラー図形上にスムーズな線分を書き込むことができる。
- (4) 線分同志の接続または交差部分をスムーズに表現できる。

2. スムーズな線分の表示法

以下の議論のために、次のことを準備する。

- (1) ディスプレイ画面の座標は左下隅を原点とする。
- (2) 一画素の幅を単位長とする。
- (3) 走査線は水平方向の画素の並びであり、単位長の幅をもつ長方形の領域とする。
- (4) 線分は真の線分からの距離が $d/2$ 以内の領域と仮定する。また、線分の両端点の近傍の円弧の部分が多角形に近似したものを線分多角形と呼ぶ。

本論文で提案する手法では、走査線を上から下へと走査する際に、まず走査線と線分多角形の交差部分を求め、次に左から右へ向かって順次、各画素とこの線

[†] An Algorithm for the Generation of Smooth Line Drawings on Color Displays by TOMOYUKI NISHITA (Faculty of Engineering, Fukuyama University) and EIHACHIRO NAKAMAE (Faculty of Engineering, Hiroshima University).

^{††} 福山大学工学部電子電気工学科

^{†††} 広島大学工学部第 2 類 (電気系)

分多角形の交差部分の面積を求め、背景の色との面積比に従って各画素の色を決定する。

以下に、これらの処理の詳細について述べる。

2.1 線分の分類と多角形近似

いま始点 $P_1(x_1, y_1)$ および終点 $P_2(x_2, y_2)$ を結ぶ線分を考える (ただし, $y_1 \geq y_2$ とする)。線分多角形の幅 d は、2.3 節で述べる画素と線分多角形の交差部分の形状による分類を簡単にするために $\sqrt{2}$ とする。

線分と走査線とのなす角度により、線分を次のA, Bの2種に分けて考える。

A種線分: 水平または垂直線分、またはそれにきわめて近い線分で、近似的に水平または垂直線分として取り扱うことのできるもの。具体的には、ある線分の始点と終点の y 座標値 (または x 座標値) の差が1より小さいものがこれに相当し、始点と終点の y 座標値 (または x 座標値) の平均値を両端点の座標値とする。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} y_1 = y_2 &\leftarrow (y_1 + y_2) / 2 \quad (y_1 - y_2 < 1 \text{ の場合}) \\ x_1 = x_2 &\leftarrow (x_1 + x_2) / 2 \quad (|x_1 - x_2| < 1 \text{ の場合}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

なお、水平線分と垂直線分は、 x と y を交換することにより、両者とも全く同様に説明できる。したがって、以後の議論では水平線分のみについて考える。

B種線分: A種線分以外のもの。

したがって、B種線分に対してのみ jag に対する処理を必要とする。

線分の幅が d であるから、その両端点の近傍は半径

$d/2$ の半円とするのが理想的であるが、処理を簡単にするため、以下に述べる方法により、この近傍を水平および垂直な線分で近似する。すなわち、図1に示すようにA種線分は長方形、B種線分は六角形*である。

A種線分の上下の辺を与える y 座標 (Y_u, Y_b) は、

$$\begin{aligned} Y_u &= y_1 + d/2 \\ Y_b &= y_2 - d/2 \end{aligned} \quad (2)$$

とする。ここで当然ながら $y_1 = y_2$ である。また左右の辺を与える x 座標は、 $[]$ を整数化を意味するガウス記号とし、

$$\begin{aligned} X_l &= [\min(x_1, x_2) - d/2 + 0.5] \\ X_r &= [\max(x_1, x_2) + d/2 + 0.5] \end{aligned} \quad (3)$$

で与える。したがって、 X_l, X_r は共に画素の境界値となる。

B種線分の y 座標の最大値および最小値はA種線分と同様に(2)式による値を採用する。他方、 x 成分の最小値および最大値は、後述の画素と線分多角形の交差部分の形状の分類を簡単にするために、線分の傾き ($a = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$) の値により以下の2通りの扱いをする。すなわち、 $|a| \geq 1$ のときは、

$$\begin{aligned} X_l &= \min(f_x(y_{su}), f_x(y_{sb})) - d_x/2 \\ X_r &= \max(f_x(y_{su}), f_x(y_{sb})) + d_x/2 \end{aligned} \quad (4)$$

を用い (図1(c)参照)、 $|a| < 1$ のときは(3)式および(4)式で求めた2組の X_l, X_r のうち、 X_l は大きい方を、 X_r は小さい方を採用する (図1(b)参照)。ここで y_{su} および y_{sb} は、それぞれ走査線間の境界線の y 座標値であり、

$$\begin{aligned} y_{su} &= [Y_u] \\ y_{sb} &= [Y_b] + 1 \end{aligned} \quad (5)$$

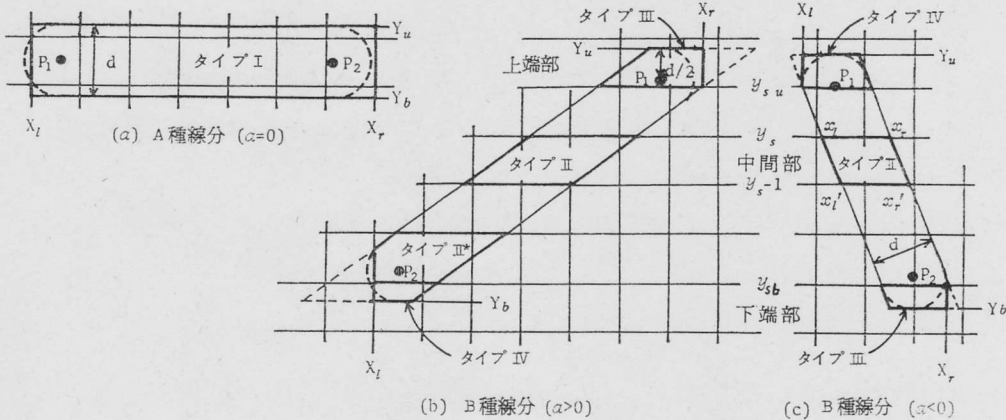


図1 走査線と線分多角形の交差
Fig. 1 Intersection area of a polygon and scan lines.

* (2)式の Y_u, Y_b が走査線間の境界線と一致するときは五角形または四角形となる。

で与えられ
の y 座標値
は線分多角
れる。
 $f_x(y)$
 $d_x = d$
2.2 走査
走査線と;
その分類に
走査線と;
すように走
査線と線分
最後の部分
存在する中間
上部部:
中間部:
下部部:
ここで y_s は
標値である。
走査線と線
分は長方形、
を $x = X_l$ ま
A種線分の
 X_l, X_r およ
き H ($0 \leq H \leq 1$)
上部部: F
中間部: F
下部部: F
B種線分の場
2に示すように

1理を簡単に
の近傍を水平
図1に示す
形*である。

(Y_u, Y_b) は、
(2)

る。また左右
を意味するガ

(3)

この画素の境界値

小値はA種線分
他方、 x 成分の
線分多角形の交
に、線分の傾き
の2通りの扱
は、

(4)

ときは(3)式およ
うち、 X_l は大き
(図1(b)参照)。
走査線間の境界

(5)

で与えられる。また、 f_x は点 P_1, P_2 を通る直線上
の y 座標値に対する x 座標値を求めるための関数、 d_x
は線分多角形の x 方向の幅で、それぞれ次式で与えら
れる。

$$f_x(y) = (y - y_1) / a + x_1 \quad (6)$$

$$d_x = d \sqrt{1 + 1/a^2} \quad (7)$$

2.2 走査線と線分多角形の交差部分の形状

走査線と線分多角形の交差部分の形状の求め方と、
その分類について述べる。

走査線と線分多角形の交差部分の形状を、図1に示
すように走査線を上から下へと移動する際、最初に走
査線と線分多角形が交差する上端部、両者が交差する
最後の部分の下端部、および上端部と下端部の中間に
存在する中間部との3種に分類する。

上端部: $y_s = [Y_u] + 1$

中間部: $[Y_b] + 1 < y_s \leq [Y_u]$ (8)

下端部: $y_s = [Y_b] + 1$

ここで y_s は注目している走査線の上側の境界線の座
標値である。

走査線と線分多角形との交差部分の形状は、A種線
分は長方形、B種線分は平行四辺形または平行四辺形
を $x = X_l$ または $x = X_r$ で切断したものとなる。

A種線分の交差部分の長方形の形状は、(3)式の
 X_l, X_r および高さ H により決まる。なお、この高
さ H ($0 \leq H \leq 1$) は(5)式を用い、次式で与えられる。

上端部: $H = Y_u - y_{su}$

中間部: $H = 1$ (9)

下端部: $H = y_{sb} - Y_b$

B種線分の場合、基本となる平行四辺形の形状は図
2に示すように底辺の長さ d_x 、高さ H 、および左辺

の上下の2頂点の x 座標値、 x_l, x_l' により決定され
る。 d_x および H はそれぞれ(7)式および(9)式で
与えられる。 x_l, x_l' は、線分多角形の上端部では

$$x_l' = f_x(y_{su}) - d_x/2 \quad (10)$$

$$x_l = x_l' + H/a$$

また、中間部および下端部は一つ上の平行四辺形の左
下の頂点の x 座標を x_l'' とすると、次式で求められ
る。

$$x_l = x_l''$$

$$x_l' = x_l - H/a \quad (11)$$

上述の d_x, H, x_l, x_l' より、基本となる平行四辺形
の形状が一意的に定まる。上端部および下端部では、
この基本となる平行四辺形を直線 $x = X_l, x = X_r$ に
より切断し、台形とする必要がある。また $|a| < 1$ の
場合には、中間部の平行四辺形もその一部が切断さ
れ、五角形または六角形となることがある(図1(b)
の*印)。しかし、これを平行四辺形として取り扱って
も、2.3節の画素と線分多角形との交差部分の形状の
分類においては何ら支障を生じないので、ここでは平
行四辺形に属するものとして扱う。結局、走査線と線
分多角形との交差部分の形状は、表1で示すように四

表1 走査線と線分多角形との交差部分の形状の分類
Table 1 Classification of intersection area of a
polygon and a pixel.

形 状	走査線との関係	線分の種類
タイプI (長方形)	上端部, 中間部, 下端部	A種
タイプII (平行四辺形)	中間部	
タイプIII (右辺が垂直な台形)	上端部 ($a > 0$), 下端部 ($a < 0$)	
タイプIV (左辺が垂直な台形)	下端部 ($a > 0$), 上端部 ($a < 0$)	

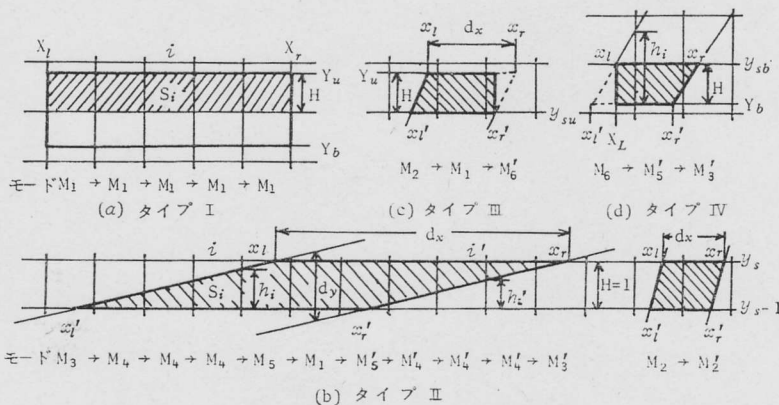
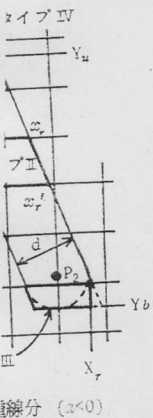


図2 画素と線分多角形の交差部分の形状
Fig. 2 Intersection area of a polygon and pixels.

つのタイプに分類できる。なお、B種線分において、傾き a が負の場合形状が一見 a が正の場合と異なるが、 a が正のときの x_i, x_r をそれぞれ x_i', x_r' と置き換え、 a の値として絶対値を用いれば単に平行四辺形の傾きが逆となるだけで、後述の画素の色の決定に必要な線分多角形の面積計算には、本質的には同一である。以後に用いる \hat{a}, \hat{x}_i' はこの置き換えを考慮に入れた値とする。

2.3 画素と線分多角形の交差部分の形状およびその面積計算

各画素について走査線を左から右へと走査し面積計算を行うには2.2節で求めた四つのタイプの多角形と各画素との交差部分の形状、ならびにその形状の遷移状態を知る必要がある。

各画素とこれらの四つのタイプの多角形との交差部分の形状は、図2に示すように、三角形 (M_3, M_3')、四角形 (M_2, M_2', M_4, M_4')、長方形 (M_1, M_6, M_6') および五角形 (M_5, M_5') の11個のモードに分類できる。ここで同一多角形でもモードを分けてあるのは、面積の計算式が異なるためである。以上の11個のモードに分類することにより、四つのタイプの多角形は、走査の進行に伴って図3の遷移図に従って変化する。図中 D_0 および D_1 は仮想モードであり、遷移先の判定のみに用いる。

各モードにおける面積の計算式、ならびに遷移判定式と遷移先との関係を表2に示す。ここで、各画素は走査線の左端より番号を付し、 i 番目の画素面積を S_i とする。なお、2.2節で述べたように、タイプIIには、平行四辺形を $x=X_L$ および $x=X_r$ で切断したものも含まれている。したがって、面積の計算は $[X_i] < i \leq [X_r]$ の範囲内についてのみ行い、それ以外については遷移先の判定のみを行い、面積計算は必要ない。

遷移先の判定および面積の計算式に用いる h_i と h_i'

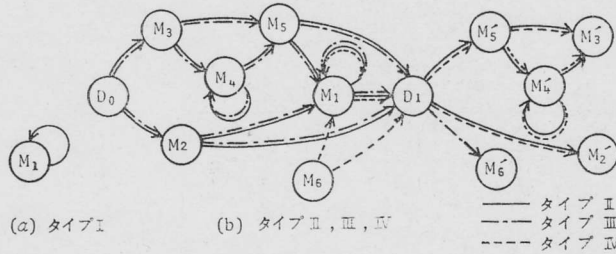


図3 状態遷移図
Fig. 3 Transition diagram.

表2 モード別面積計算式、遷移判定式および遷移先
Table 2 Area calculating expressions, transition decision expressions and next mode for each mode.

モード	面積 S_i	遷移判定式 g	遷移先	
			$g \geq 0$	$g < 0$
D_0	—	$h_i - H$	M_2	M_3
D_1	—	$h'_{i+1} - H$	$M_2'^*$	$M_3'^*$
M_1	H	h'_{i+1}	D_1	M_1
M_2	$(h_i - H)H/\hat{a}$			
M_5	$H - (H - h_{i+1})^2/(2\hat{a})$			
M_6	$(h_i - H)H/\hat{a}$			
M_3	$h_i^2/(2\hat{a})$	$h_{i+1} - H$	M_5	M_4
M_4	$h_i - \hat{a}/2$			
M_4'	$H - h_i' + \hat{a}/2$	$h'_{i+1} - H$	M_4'	M_3'
M_5'	$H - h_i'^2/(2\hat{a})$			
M_2'	$(H/2 - h'_{i-1})H/\hat{a}$	—	操作終了	
M_3'	$(H - h'_{i-1})^2/(2\hat{a})$			
M_6'	$(\hat{a} - h_i')H/\hat{a}$			
M_6'	$(\hat{a} - h_i')H/\hat{a}$			

* タイプ III のときは無条件に M_6' となる

は次のように求める (図2参照)。すなわち、最も左端については

$$h_i = \hat{a}(i - \hat{x}_i') \tag{12}$$

その他については

$$h_i = h_{i-1} + \hat{a} \tag{13}$$

また h_i' は

$$h_i' = h_i - d_y \tag{14}$$

ここで d_y は図2(b)中に示すように線分多角形の y 方向の幅であり、次式により求まる。

$$d_y = d\sqrt{1 + a^2} \tag{15}$$

図4にB種線分の処理の概略の流れ図を示した。図中(I), (II), (III)はそれぞれ多角形のタイプの選択、モードの選択、および色の計算に相当する。

2.4 画素の色の決定法

単独の線分の色は各画素中の線分多角形および背景の占める面積の各々に比例した混色による。すなわち、各画素の色は、赤、緑、青 (R, G, B) の三原色のそれぞれの輝度レベルの色の組み合わせによって定まる。したがって、線分の色が $C_i(R_i, G_i, B_i)$ であり、ある走査線上の i 番目の画素の背景の色が $C_{bi}(R_{bi}, G_{bi}, B_{bi})$ で、かつその画素中の線分多角形の面積が S_i とすると、その画素の色 $C_i(R_i, G_i, B_i)$ は

$$C_i = S_i \cdot C_i + (1 - S_i) \cdot C_{bi} \tag{16}$$

で与えられる。

線分同式、すなわとみなし、で決定で

Fig. 4

よび遷移先
transition
mode for

≥ 0	$g < 0$
M_2	M_3
M_2'	M_3'
D_1	M_1
M_5	M_4
M_4'	M_3'

操作終了

わち、最も左

(12)

(13)

(14)

線分多角形の γ

(15)

図を示した。図

タイプIIの選択、

とする。

多角形および背景

色による。すなわ

ち、青 (R, G, B) の

レベルの色の組み

合わせが、線分の

色 $C_{0i}(R_{0i}, G_{0i},$

$B_{0i})$ の線分多角形の

画素の色 $C_i(R_i,$

$G_i, B_i)$

(16)

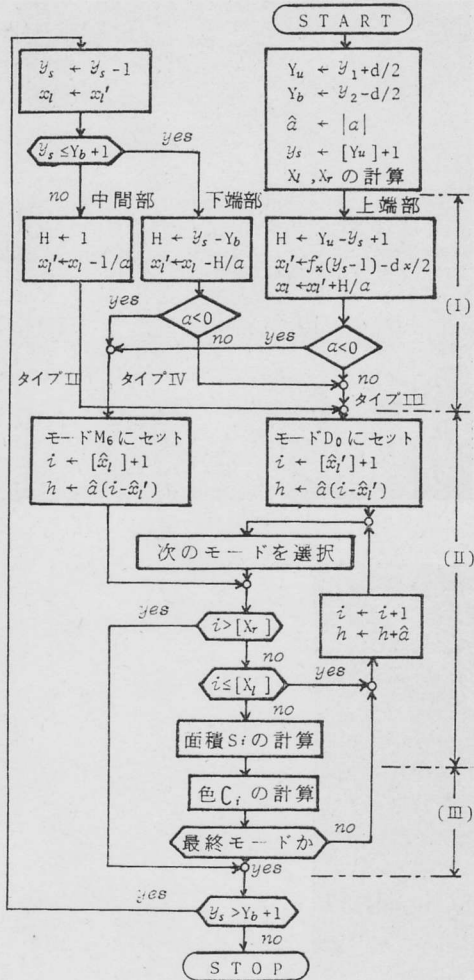


図 4 B種線分の処理

Fig. 4 Flow chart of proceeding of cluster B.

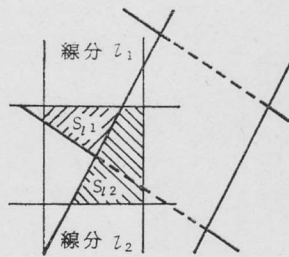


図 5 線分同志の交差

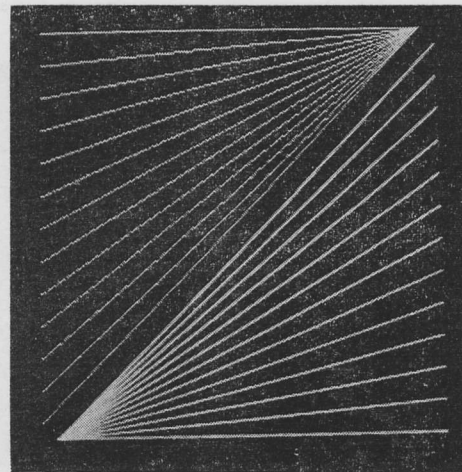
Fig. 5 Intersection of two polygons.

線分同志の交差部分の画素の色は、あと書き優先方式、すなわち、先に書き込まれた画素の色を背景の色とみなし、単独の線分の場合の処理と全く同様の方法で決定できる。この方法は近似的なものであり、正確

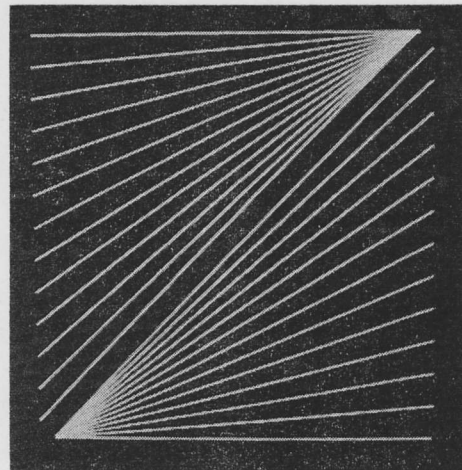
には、図 5 に示すように、線分 l_1, l_2 の可視部分の面積 S_{11}, S_{12} に比例した色とすべきであるが、面積の計算が複雑となる。実用上この近似法で十分である。

3. 適用例

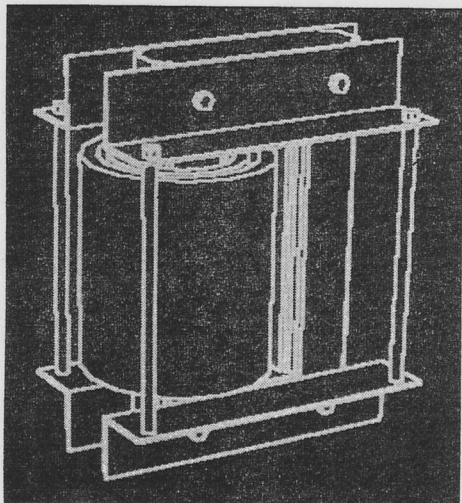
図 6 に適用例を示す。(a)は、テストパターンに本手法を適用した場合 (下半: 輝度レベル 256 値) と適用しない場合 (上半: 2 値) の例である。(b)は輝度レベル (階調) による差を示したもので、図の上半が 4 値、下半が 8 値である。これから 4 値 (2 ビット) 程度の輝度レベルでもかなり満足な結果が得られ、8 値ならば十分スムーズに線分を表示できる。(c), (d) は、単相変圧器の透視図に本手法を適用した場合の効果を示したものである。



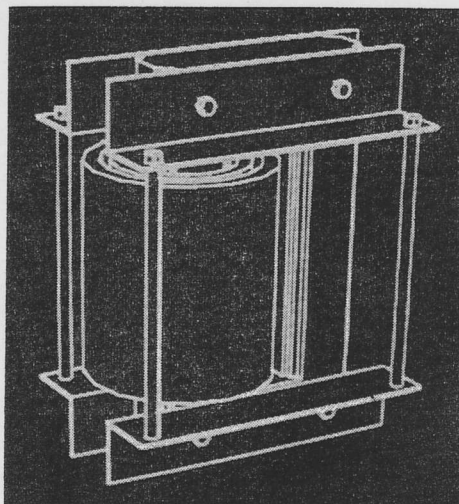
(a)



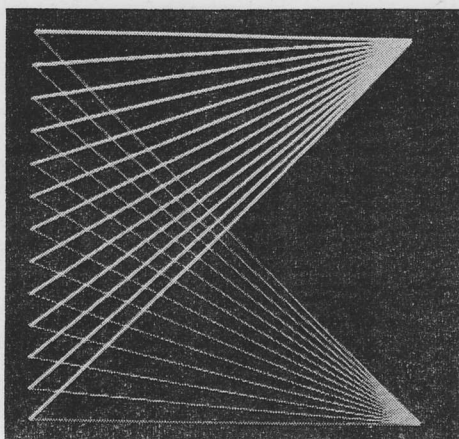
(b)



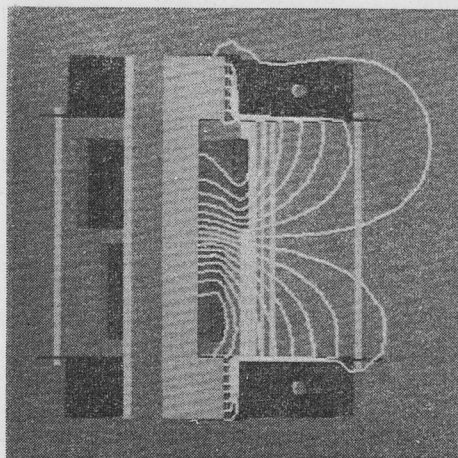
(c)



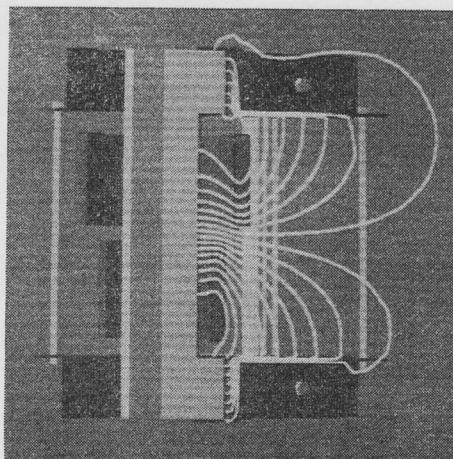
(d)



(e)



(f)



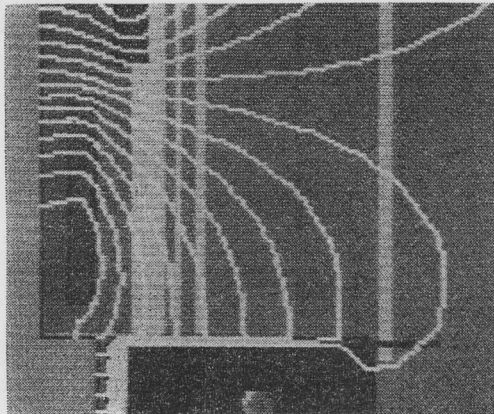
(g)

(e)
この場
の表示
(f)
表示さ
素法に
は(f)
例から
ズな線

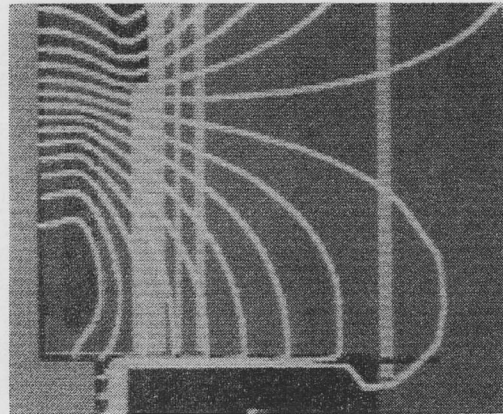
4.

中間
プレイ
た.

適用
線近似
が4催
ことか
今後
とえに



(h)



(i)

図 6 適用例
Fig. 6 Examples.

(e)は、色の異なる線分同志が交差する例である。この場合も、あと書き優先方式によりスムーズな線分の表示ができる。

(f), (g)は、カラー陰影表示プログラム⁵⁾により表示された変圧器のカットモデル上に磁束線(有限要素法による)を表示した例である。また、(h), (i)は(f), (g)の一部を拡大したものである。これらの例から、本手法により任意な図形の背景の上にスムーズな線分を表示することができる。

4. むすび

中間調表示が可能なラスタスキャン型カラーディスプレイ装置におけるスムーズな線分の発生法を述べた。

適用例から、本手法は、直線のみでなく、曲線(折線近似)に対しても十分適用可能であり、輝度レベルが4値以上あれば十分にスムーズな線分を表示できることが判明した。

今後の課題としては、あと書き優先方式以外に、たとえば、先に書き込んだ線分がすけて見える感じの表

現の検討などが考えられる。

謝辞 本研究を進めるに当たり、プログラム作成などで協力頂いた広島大学岩崎真一君(現在、富士通)に感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) 穂坂: コンピュータ・グラフィックス, p. 79, 産業図書(1974).
- 2) 岡田, 釜江: 直線と円弧の多値ドット表示, 信学論, Vol. J61-D, No. 7, pp. 489-495 (1978).
- 3) Crow, F. C.: The Aliasing Problem in Computer-Generated Shaded Images, Com. of ACM, Vol. 20, No. 11 (1977).
- 4) Barros, J. and Fuchs, H.: Generating Smooth 2-D Monocolor Line Drawings on Video Displays, Computer Graphics, Vol. 13, No. 2 (1979).
- 5) 西田, 中前: 三次元物体のカラー陰影表示の一手法, 情報処理学会, コンピュータビジョン研究会資料 4-1 (1980).

(昭和56年1月5日受付)

(昭和56年4月27日採録)